

La méthode axiomatique et la philosophie

Nicolas Fillion, *University of Western Ontario*

Despite the high pedagogic and heuristic value of the genetic method, for the final presentation and the complete logical grounding of our knowledge the axiomatic method deserves the first rank¹.

David Hilbert

La logique occupe une place centrale en philosophie. Cependant, autant la philosophie que la logique ont subi des transformations profondes au cours des siècles dans leurs méthodes de résolution de problème, si ce n'est dans leur nature. Le présent article examinera plus attentivement en quoi la logique est centrale à toute investigation théorique en philosophie, ainsi que certaines méthodes et problématiques fondamentales reliées à son application dans la résolution du problème constitutif de la philosophie.

1. La philosophie et la méthode axiomatique

La philosophie a-t-elle un objet d'étude propre ? Si non, ne se caractériserait-elle pas par une méthode qui lui soit propre ? Aussi, est-elle théoriquement indépendante des autres disciplines (*e.g.* les sciences) ? Si oui, leur est-elle antérieure en ce qui concerne les fondements ? Etc. Ce genre de question revient de façon incessante en philosophie et, la plupart du temps, il mène à de spécieuses considérations qui, tout aussi souvent, se basent sur les partis pris de chacun et, sans espoir de rappel, nous perdent sur un perpétuel « champ de bataille ». Est-ce possible de sortir de ce marécage sans s'engager dans ce genre de parti pris ? Soutenir cette thèse ne sera pas notre but ici. Cependant, nous ferons un pas en direction d'un type de discussion permettant de se stabiliser dans ce sable mouvant : nous expliciterons nos partis pris. Nous poserons comme *postulat* premier de notre étude ce qu'est la philosophie, ce qui rendra apodictiques les réponses aux questions mentionnées.

Considérons ce passage :

[...] il y a au moins un problème philosophique qui intéresse tous les hommes qui pensent. C'est le problème de la cosmologie : *le problème de comprendre le monde, nous-mêmes, et notre connaissance en tant qu'elle fait partie du monde*².

Suivant cela, nous *définirons* ce qu'est la philosophie par le *problème* qui la préoccupe, soit celui de la cosmologie³ ; notons que nous caractérisons aussi la science comme s'attachant à résoudre ce problème, ce qui la place sur le même pied que la philosophie⁴. Aussi, nous postulerons que la forme générale de ce que produit cette entreprise, *i.e.* la philosophie, consiste en une *représentation du monde* (et de nous et de notre connaissance du monde) *sur le plan théorique*⁵. Le contenu sémantique que nous affectons ici à l'expression « plan théorique » fait en sorte qu'elle recoupe au moins trois clauses caractéristiques de la philosophie occidentale :

1- La philosophie produit une représentation de façon discursive (*i.e.* il n'y a pas de philosophie sans discours) ;

2- Il n'y a de représentation philosophique que de l'universel (de même, il n'y a de science que de l'universel)⁶ ;

3- Le discours aspire à représenter le monde, *i.e.* que le discours de la philosophie vise à être en adéquation avec le monde.

L'acceptation de ces postulats est certes contestable, et effectivement contestée. Cependant, nous faisons ici fi de ces débats et acceptons d'emblée ces clauses comme *postulats*. Nous faisons ce pas sans gêne aucune, car il est connu – et sérieusement incontesté – depuis au moins Aristote⁷ et Euclide⁸ que toute philosophie et/ou science comporte certains principes indémontrables⁹ ; il serait illusoire – ou, au mieux, peu crédible – de prétendre procéder autrement. Au minimum, nous pouvons consoler pragmatiquement nos aspirations démonstratives plus élevées par la fertilité qu'ont nos postulats¹⁰.

Or, il semble que plusieurs représentations sur le plan théorique (que nous appellerons « théories ») soient possibles ; en vertu de la clause 3, on doit pouvoir les discriminer en vertu de leur adéquation au monde. Mais pour que cette discrimination soit possible, les

théories doivent respecter certaines conditions, qui sont *nécessaires* à la résolution du problème proposé, et que nous appellerons les « valeurs théoriques privilégiées » : 1- la rigueur, 2- la cohérence et 3- la clarté. Ainsi, la philosophie et la science ont intrinsèquement pour but d'analyser et de résoudre rationnellement des problèmes liés à la cosmologie, *i.e.* qu'elles aspirent à poser ces problèmes de façon rigoureuse afin d'examiner avec un esprit critique les diverses solutions proposées. Une telle analyse critique n'est possible que si nous posons nos problèmes clairement et donnons notre solution dans une forme suffisamment définie : une forme qui permette l'analyse théorique. Ceci représente donc un but philosophique *en soi* ; et ceci est plus qu'un slogan, car une grande partie du travail philosophique se trouve à être la résolution des problèmes techniques que pose l'actualisation de ces valeurs théoriques.

D'autre part, si l'expression d'une théorie se doit de respecter certaines conditions, il faut aussi que ce qu'on peut en faire (*i.e.* l'analyse qu'elle est susceptible de subir) soit rigoureusement normé. C'est un fait que toute inférence n'est pas acceptée en philosophie :

One simple way of seeing that elimination of the paradoxes of the more familiar systems of implication is of philosophical interest lies in the point that as a matter of fact we *do* isolate and localize contradictions in the language we speak¹¹.

Puisque toute inférence n'est pas permise, il faut que les normes utilisées soient connues. Situer et analyser ce dont il s'agit est la tâche de la logique formelle.

Tenant compte de ces deux éléments théoriques – l'expressif et l'inférentiel¹² –, on dira donc que le travail de la philosophie exige une explicitation complète du langage d'une théorie (syntaxiquement et sémantiquement) ainsi que l'explicitation complète de sa structure déductive. Se questionner sur le langage théorique et la logique est la tâche théorique principale de la philosophie¹³. Suivant cela, nous esquisserons dans les deux sections

qui suivent quelques développements. D'abord, nous examinerons l'aspect expressif d'une théorie en comparant deux modes d'expression, en l'occurrence le langage naturel et le langage symbolique. Dans la section qui suivra, nous jetterons un oeil à l'aspect inférentiel d'une théorie selon une perspective algorithmique.

2. L'expression d'une théorie

Dans notre cadre, la première question liée à l'expression d'une théorie qui se pose est celle-ci : quel mode d'expression convient-il de choisir pour exprimer une théorie, compte tenu des valeurs théoriques privilégiées ? La première chose à considérer est que dans une théorie, on retrouve des concepts abstraits, des distinctions extrêmement subtiles, des objets non spatiotemporellement localisables, etc. Le choix d'un mode d'expression devra rendre compte de ces éléments de façon aussi transparente que possible. L'outil qui s'offre naturellement à nous est le langage naturel, que nous utilisons couramment, et duquel nous partons nécessairement. On se pose donc la question : le langage naturel est-il un mode d'expression approprié, *relativement au* rôle théorique qu'on lui affecte ? Plusieurs considérations entrent en jeu ici, mais nous ne sommes pas en position de faire une analyse exhaustive. Plutôt, nous mettrons en relief quelques facteurs qui nous semblent pertinents.

Premièrement, une théorie permet de faire des inférences formellement valides (si on lui adjoint une structure déductive), indépendamment de la vérité-adéquation de la théorie. Ceci est reconnu depuis au moins Aristote¹⁴. D'autres types d'inférences sont valides de par leur contenu. Or, ces deux types d'inférence ne dérivent pas leur bien-fondé des mêmes sources ; ainsi, un langage approprié devra nous permettre de distinguer la forme logique et le contenu de façon aussi transparente que possible. Le langage naturel le permet-il ? Très mal. Voici un exemple classique donné par Carnap¹⁵ :

Le néant néantise.

Dans cet énoncé, on traite le sujet « le néant » comme un substantif, car il a effectivement la forme *grammaticale* d'un substantif dans un groupe nominal d'un langage naturel, bien qu'il s'agisse de la *négation* d'un substantif. Autrement dit, la grammaire ne suffit pas à caractériser la forme du discours suffisamment pour que la forme logique transparaisse, *i.e.* que certaines inférences apparaissent valides, si l'on se fie à la forme grammaticale du discours, bien qu'elles soient logiquement invalides¹⁶. Ceci est un exemple d'insuffisance que l'on retrouve dans le langage naturel quant à la caractérisation de la forme logique¹⁷. Cette lacune rend l'application pratique d'un calcul logique très difficile (si possible) à opérer, et on doit pour cette raison chercher à implémenter¹⁸ le langage naturel.

Un autre élément important est la distinction entre usage et mention. Le langage naturel éprouve aussi certaines difficultés avec cet élément. L'usage d'une expression consiste à utiliser cette expression non pas pour parler de cette expression, mais de ce qu'elle dénote. D'autre part, on mentionne une expression quand on l'utilise pour parler de cette même expression (*e.g.* dans l'énoncé « expression est un mot de dix lettres »). Une phrase à l'intérieur de laquelle une expression serait utilisée *et* mentionnée n'aurait pas de sens (*e.g.* « Socrate, qui est le nom d'un philosophe grec, avait une femme tyrannique »). De même, bien qu'elle apparaisse valide selon la forme grammaticale, une inférence n'est pas logiquement valide quand une expression est utilisée d'une part et mentionnée de l'autre (*e.g.* Socrate est mortel, mortel est un adjectif, donc Socrate est un adjectif). Ceci peut sembler anodin, mais certains énoncés philosophiques posent rapidement des complications, étant donné leur caractère extrêmement abstrait. Un exemple particulièrement juteux est cet énoncé de Russell :

What is means is and therefore differs from is, for is is would
be nonsense.

Quelles occurrences de « is » sont des usages et lesquelles sont des mentions ? Difficile à dire ! C'est pourquoi on implémente souvent le langage naturel par un moyen artificiel en utilisant

systématiquement les guillemets pour marquer la mention. Ainsi, l'énoncé de Russell devient :

What "is" means is and therefore differs from "is", for "is is" would be nonsense.

Ce qui est déjà plus compréhensible. Mais si on utilise le langage naturel dans son état brut, plusieurs situations difficilement traitables pointront. L'usage de guillemets est en quelque sorte une implémentation du langage naturel vers un langage formel.

Un autre problème que l'on rencontre avec le langage naturel, de notre point de vue, est ce qui est autrement considéré comme son plus grand avantage : il s'agit de la multiplicité des sens attachés à la plupart des expressions. Typiquement, les expressions du langage naturel ont diverses significations et, dans le cadre d'un ouvrage philosophique, il n'est pas toujours transparent de savoir de laquelle il s'agit. De même, à l'intérieur d'un même texte, une même expression est souvent utilisée dans des sens qui varient. De toute évidence, en ce qui concerne les préoccupations théoriques, la plurivocité est un défaut non négligeable. De plus, pour une expression donnée, il est quasi impossible de cerner quel en est le sens précis. La raison en est que les expressions d'un langage naturel expriment des notions plutôt vagues qui ne possèdent pas la rigueur requise par un travail théorique, qui se doit d'exprimer avec précision des concepts¹⁹. Encore là, il existe des façons d'implémenter le langage naturel afin de diminuer l'importance de ce défaut, *e.g.* en l'enrichissant de termes dits « techniques ». Un terme technique a un sens précis qui renvoie à un cadre conceptuel déterminé. Mais malgré cet effort de « rigorisation », il reste deux difficultés : 1- une même expression sera utilisée tantôt selon son sens ordinaire, tantôt selon son sens technique, obscurcissant ainsi le sens du texte et 2- à strictement parler, *toutes* les expressions utilisées dans une théorie doivent avoir un sens technique, si bien qu'on en viendra à ne plus reconnaître ce dont il s'agit.

C'est pour ces raisons, entre autres, que plusieurs philosophes ont nourri le projet de la construction de langages symboliques qui

soient davantage propres à l'expression d'une théorie. Frege caractérise très bien la motivation derrière cette exigence :

I believe that I can best make the relation of my ideography²⁰ to ordinary language clear if I compare it to that which the microscope has to the eye. Because of the range of its possible uses and the versatility with which it can adapt to the most diverse circumstances, the eye is far superior to the microscope. Considered as an optical instrument, to be sure, it exhibits many imperfections, which ordinarily pass unnoticed only on account of its intimate connection with our mental life. But, as soon as scientific goals demand great sharpness of resolution, the eye proves to be insufficient. The microscope, on the other hand, is perfectly suited to precisely such goals, but that is just why it is useless for all others²¹.

Ainsi, pour prendre quelques exemples historiques, on a développé des langages symboliques adaptés à diverses disciplines, comme les schémas de la syllogistique, les langages de l'arithmétique et de l'algèbre, divers algèbres logiques comme ceux de Boole, de Frege, du calcul des prédicats, de Heyting, du calcul des termes²², etc.

Si nous en revenons à notre postulat définitionnel selon lequel la philosophie et/ou la science s'occupent du traitement théorique des problèmes de cosmologie, et que des réseaux conceptuels (*i.e.* des théories) sont présentés en guise de réponse, et ce, nécessairement dans un langage technique, on comprendra que plusieurs philosophes et scientifiques aient considéré depuis Aristote et Euclide que la forme exemplaire des théories philosophiques et scientifiques est l'axiomatique. Plutôt, on le comprendra si on s'attarde encore à un problème, soit celui de la signification, surtout en tant qu'il concerne la signification des termes techniques. Typiquement, on considère que la signification d'un terme est établie par *définition explicite*. Par exemple, on peut définir l'expression « triangle » par l'expression « figure dont la somme des angles est égale à deux droits ». Ceci fixe complètement le sens de l'expression « triangle » en le réduisant au sens des termes contenus dans l'expression « figure dont la somme des angles est égale à deux

droits ». Or, encore faut-il connaître le sens des termes contenus dans cette dernière expression. À nouveau, on peut définir explicitement le sens de ces termes en ayant recours à d'autres expressions, et ainsi de suite. De toute évidence, une telle procédure pose problème : elle mènera soit à la circularité des définitions, soit à une régression à l'infini. Dans les deux cas, il y a un problème qui fait en sorte que le sens des termes ne peut être fixé seulement par définition explicite.

Traditionnellement, on a fait intervenir à ce point-ci des termes dits « primitifs », dont la signification était considérée claire et complètement déterminée par l'intuition. D'Aristote à Frege, en passant par Descartes, Leibniz et Kant, on a toujours recouru à ce moyen. Dans ce cadre, les termes dont le sens était intuitivement déterminé intervenaient dans les axiomes, qui énonçaient des vérités intuitivement évidentes et nécessaires. Jusqu'à la fin du 19^e siècle, c'est *grosso modo* cette conception qu'on se faisait des termes primitifs et de leur rôle dans les axiomes²³.

Avec les développements qui sont survenus à la fin du 19^e siècle, cette conception s'est toutefois avérée difficilement soutenable. D'une part, on s'est avancé plus que jamais dans l'abstraction – autant en philosophie que dans les sciences naturelles et sociales –, se coupant radicalement du sens commun et de l'évidence intuitive. Ceci rendit difficile le repérage de termes pouvant être considérés « primitifs ». D'autre part, l'apparition de nouvelles disciplines scientifiques, telles que les géométries non-euclidiennes et l'utilisation de celles-ci en physique, imposait une remise en question²⁴ : si même des axiomes aussi intuitivement certains et évidents que ceux de la géométrie euclidienne pouvaient être remis en cause, comment considérer que les termes primitifs expriment des vérités données par l'intuition ? L'existence même de vérités intuitivement données, au sein de plusieurs domaines où elles faisaient figure de proue, devenait à peine soutenable²⁵. Le problème des définitions demandait une autre solution.

C'est dans le but de combler ce déficit méthodologique qu'une autre méthode définitionnelle, *implicite* cette fois, fut développée. D'abord thématifiée par Gergonne²⁶, la méthode des définitions

implicites fut pour la première fois exploitée à son plein potentiel dans un cadre axiomatique par David Hilbert, dans ses *Fondements de la géométrie*²⁷. Cet ouvrage qui a fait époque provoqua une réaction en chaîne déclenchant une quantité incalculable de percées théoriques en logique et dans ses applications. Par la complémentarité des méthodes axiomatique et de définition implicite qui a pris naissance, on devait avoir un nouveau système de logique intégré dans un cadre sémiotique complet et rigoureux, et ce, à peine 50 ans plus tard. Ce cadre sémiotique exige que ces quatre éléments soient explicités :

- 1- alphabet et vocabulaire (symboles implicitement définis) ;
- 2- règles de formation ;
- 3- axiomes ;
- 4- règles de déduction.

Les éléments 1 et 2 caractérisent formellement le mode d'expression, alors que les éléments 3 et 4 caractérisent formellement la structure déductive (*cf.* sect. 3).

Pour ne donner que les lignes directrices de la révolution qui a eu lieu, la logique s'est plus que jamais « formalisée » en devenant de façon plus explicite une théorie de l'inférence. Dans un tel cadre, la distinction entre la vérité-adéquation et la vérité-fonction (vérifonctionnalité) s'avère être un thème essentiel, et c'est uniquement de la vérifonctionnalité qu'a à s'occuper la logique ; ainsi, la logique n'a rien à voir avec le monde actuel, mais seulement avec des représentations discursives *possibles*. Les axiomes d'un système ne sont plus que des postulats *définissant* une structure formelle, qui peut à son tour être analysée logiquement. Ce qu'exprime le système n'est donc pas factuel (actuel) ; il s'agit plutôt d'une structure conceptuelle déterminée par des relations logiques uniquement²⁸, *i.e.* qu'il s'agit d'une forme possible d'un système de connexions qui doit être étudiée en accord avec ses propriétés internes. Par exemple, l'étude de la consistance, de l'indépendance, de la décidabilité et de la complétude du système axiomatique est l'étude de propriétés de structures conceptuelles, et elle est une question vitale pour n'importe quelle théorie axiomatisée²⁹. C'est ainsi que l'axiomatique se présente comme

l'étude du pur formalisme, *i.e.* comme une théorie générale des structures conceptuelles.

3. La structure déductive d'une théorie.

À l'intérieur du cadre sémiotique de l'axiomatique formelle que l'on a mentionné plus haut, on a distingué deux éléments relatifs à la structure déductive : les axiomes et les règles d'inférences. Les axiomes sont, en termes logiques traditionnels, les prémisses ultimes d'une chaîne d'inférence³⁰. Les règles d'inférence, de leur côté, posent explicitement les opérations que l'on peut accomplir lorsqu'on exécute une inférence. C'est en ayant recours à une telle structure déductive que l'on fera enfin le départage entre les inférences valides et invalides (*i.e.* les sophismes). Ainsi, comme l'avait déjà posé Leibniz au 17^e siècle, le but pratique de tout le projet de la logique formelle est d'éviter les débats interminables portant sur la validité et la non-validité d'une inférence, en tranchant le débat une fois pour toutes par un calcul :

De là il est manifeste, que si l'on pouvoit trouver des caracteres ou signes propres à exprimer toutes nos pensées, aussi nettement et exactement que l'arithmetique exprime les nombres, ou que l'analyse geometrique exprime les lignes, on pourroit faire en toutes les matieres autant qu'elles sont sujettes au raisonnement tout ce qu'on peut faire en Arithmetique et en Geometrie. Car toutes les recherches qui dependent du raisonnement se feroient par la transposition de ces caracteres, et par une espece de calcul ; ce qui rendroit l'invention des belles choses tout a fait aisée. Car il ne faudroit pas se rompre la teste autant qu'on est obligé de faire aujourd'huy, et neantmoins on seroit assure de pouvoir faire tout ce qui seroit faisable.

[...] Et si quelqu'un doutoit de ce que j'aurois avancé, je luy dirois : contons, Monsieur, et ainsi prenant la plume et de l'encre, nous sortirions bientost d'affaire³¹.

Avec le repositionnement de la logique formelle dans un cadre sémiotique rigoureusement défini, on a réalisé – en partie, sinon en

entier – ce dont parlait Leibniz. Suivant cela, on constate qu'un langage (naturel ou symbolique) ne *détermine pas* de façon unique une structure déductive, *i.e.* qu'il n'y a pas de correspondance biunivoque (un-à-un) entre langage et structure déductive. Un exemple d'argument typique avancé pour justifier qu'une logique (structure déductive) n'est pas spécifique à un langage particulier est le suivant : si c'était le cas, il faudrait conclure que la logique d'Aristote et la logique de Boèce sont différentes, puisque le grec et le latin sont des langues différentes. Pour ce genre de raison, les logiciens regardent typiquement les choses ainsi :

For our present purpose it is convenient to regard a language as being given when we have a set of primitive symbols and formation rules and, in some sense which is not here necessary to make definite, meanings for the expressions (wffs) of the language. Thus, let me speak of the rules of inference, not as constitutive of the language, but rather as belonging to a theory of deductive reasoning for the language – so that there may be different sets of rules of inference for the same language³².

On repèrera facilement dans ce passage les deux éléments reliés à l'expression d'une théorie, et aussi celui caractérisant une structure déductive. Le travail philosophique qui traite des structures deductives en respectant les critères de rigueur établis ci-haut (*i.e.* être clair, précis et cohérent) concerne l'Analytique³³, *i.e.* la caractérisation et l'effectuation de l'inférence valide, qui ne peut être traitée que formellement.

Or, jusqu'au 20^e siècle, on associait les expressions « logique » et « analytique » non pas à l'étude *des* structures deductives, mais à l'étude d'*une* structure déductive. Il s'agit de la logique dite « classique », où sont acceptés sans restriction³⁴ le principe de bivalence, la *reductio ad absurdum*, etc. Au tournant du siècle, de la même manière qu'on a cessé de considérer seulement les axiomes intuitivement évidents en géométrie et en physique, on a investigué des structures deductives contre-intuitives. Ainsi, par exemple, on étudie des structures deductives intuitionnistes (*i.e.* où le principe du

tiers exclu est lui-même exclu)³⁵, plurivalentes (*i.e.* ou on retrouve 3, 4, ..., n valeurs de vérités)³⁶, paraconsistantes (*i.e.* où le principe de non-contradiction est exclu), etc. Cette reconnaissance du *fait* de la pluralité des calculs logiques³⁷ n'a certes pas une cause unique, mais on peut établir une connexion avec l'apparition de théories éminemment contre-intuitives, *e.g.* les géométries non-euclidiennes, la théorie de la relativité, la mécanique quantique, l'algèbre abstraite, etc. Le raisonnement à l'intérieur de ces théories ne peut être fait sur une base intuitive ; il s'imposait alors de caractériser formellement leur structure déductive afin d'en faire une analyse logique spécifique.

Ainsi, la logique (*i.e.* l'analyse des structures deductives) est *formelle* et, suivant cette ligne, les travaux logiques du 20^e siècle indiquent l'approche que doit prendre la logique ; je parle ici de l'approche dite *algorithmique*³⁸. Suivant Knuth³⁹, l'approche algorithmique se caractérise par les propriétés qui suivent :

1- Finitude : Toute démonstration doit être effectuée en un nombre fini d'opération.

2- Définitude : Chaque étape de la démonstration doit être rigoureusement et univoquement définie pour *chaque* cas envisageable.

3- Prémisses (Inputs) : Le nombre et le type des prémisses possibles (*i.e.* le domaine) doivent être précisément établis.

4- Conclusion (Outputs) : Le nombre et le type des conclusions possibles (*i.e.* le codomaine) doivent être précisément établis.

5- Effectivité : Chaque opération devant être effectuée doit être suffisamment élémentaire pour pouvoir être faite (en principe) en une quantité finie de temps par quelqu'un ayant un crayon et un papier.

Le but de ces règles est, figurativement parlant, de construire le parfait « livre de recettes », de façon à ce qu'on puisse effectuer les déductions sans s'en remettre à l'intuition. Par surcroît, une telle approche permet d'étudier toutes les démonstrations possibles qui peuvent ou ne peuvent être faites, ce qui permet d'obtenir de précieux résultats métathéoriques sur l'existence ou la non-existence de preuve d'un énoncé donné.

4. Conclusion

La puissance de l'approche axiomatique en logique est extrêmement grande. Et comme *toutes* les branches de la philosophie sont basées sur la logique, il ne semble pas du tout exagéré d'affirmer que l'axiomatique est *la* méthode philosophique par excellence. L'importance technique de l'exposition d'une représentation philosophique du monde, de nous-mêmes et de notre connaissance en tant qu'elle fait partie du monde est souvent négligée ; cet article visait – en prêchant évidemment pour sa paroisse – à illustrer, à montrer, à indiquer pourquoi on doit plutôt considérer cet aspect comme ayant une importance philosophique *en soi*.

Cependant, l'avenue que présente cet article laisse en blanc d'importants aspects. L'axiomatique précise les distinctions discursives fondamentales, les propriétés d'un mode d'expression adéquat, elle permet une analyse métathéorique de structures conceptuelles, etc. Mais son objet est en tout et pour tout seulement l'ensemble de toutes les structures conceptuelles *possibles*. La troisième clause de notre définition de la philosophie pose que l'on vise à établir laquelle de ces structures est *actuelle*, *i.e.* constitutive de la réalité. Notre argument est que pour y arriver, on doit passer par la logique ; de plus, l'axiomatique apparaît comme le meilleur moyen de réaliser cette tâche logique. Ceci dit, de nombreux problèmes restent à résoudre pour satisfaire les exigences mentionnées ici, à la fois en ce qui concerne la partie proprement logique et en ce qui concerne la partie correspondant à la troisième clause mentionnée, *i.e.* établir le contenu empirique des théories formulées.

1. D. Hilbert, « On the Concept of Number », dans W. Ewald (dir.), *From Kant to Hilbert : A Source Book in the Foundations of Mathematics*, vol. 2, Clarendon Press, Oxford, 1996, p. 1093.

2. K. R. Popper, *La logique de la découverte scientifique*, Payot, Paris,

1982, p. 12. Nous citons ici Popper, mais cette caractérisation semble typique et traditionnellement acceptée – au moins implicitement.

3. Notre définition comporte certes quelques ambiguïtés, malgré l'effort de clarté et de simplicité qu'on y a mis ; nous espérons qu'elle est au moins plus accessible que celles données par d'autres, *e.g.* « la philosophie est une ontologie phénoménologique universelle résultant de l'herméneutique du Dasein ».

4. De fait, la philosophie et la science ont marché ensemble pendant la plus longue partie de l'histoire de la pensée occidentale. Ce n'est qu'avec les réformes institutionnelles de l'université au 19^e siècle, d'une part, et avec la montée de courants philosophiques tels que le positivisme et le romantisme, d'autre part, qu'une scission fut consommée. Nous ne voyons donc pas pourquoi une distinction de *principe* devrait être posée *a priori*.

5. « L'homme est un *animal rationale*, il ne peut faire autrement qu'user de sa raison, et, quand il ne le fait pas d'une manière consciente et philosophique, il le fait instinctivement et en dilettante. Voilà qui vaut pour tout le monde, même pour ceux qui se croient dégagés de toute philosophie : ils sont précisément des philosophes dilettantes qui, tout en n'ayant que dédain pour les travaux d'hommes d'une puissance intellectuelle infiniment supérieure, construisent leurs propres philosophies, inutiles et médiocres. » I. M. Bochenski, *La philosophie contemporaine en Europe*, trad. F. Vaudou, Paris, Payot, 1967, pp. 6-7.

6. Il ne paraît pas impossible de défendre la thèse selon laquelle la clause d'universalité *dépendrait logiquement* de la clause de discursivité. La réponse à cette question, de toute évidence, dépendra à son tour d'une philosophie du langage ; et selon ses éléments constitutifs, on répondra ou non par l'affirmative.

7. Aristote, *Organon*, 6 tomes, trad. J. Tricot, Paris, Vrin, 1947-1955.

8. Euclide, *Les éléments*, Paris, Presses Universitaires de France, 1990.

9. Concernant les principes *indémontrables* (parfois dits « premiers »), on peut cependant entreprendre de *montrer* leur bien-fondé. Il s'agira alors d'un travail rhétorique (non-démonstratif), procédant par métaphore et/ou exemplification, et visant au mieux à donner des indications de ce dont il est question. C'est précisément, il me semble, ce qu'entendaient Aristote par « dialectique » (*cf.* *Topiques* et *Réfutations Sophistiques*, tomes 5-6 de l'*Organon*) ou Frege par « élucidation » ou « propédeutique » (*cf.* la série de 1906 sur les fondements de la géométrie dans *On the Foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic*, New Haven, Yale University Press, 1971). Cette démarche vise à procurer un contexte de justification et

elle est en tous les cas inévitable. Tenter de tout démontrer mène soit 1- à une régression à l'infini de la preuve ou 2- à une pétition de principe.

10. Toute philosophie est contrainte à partir de quelque part ; soyons déjà heureux de savoir d'où. De même, soyons heureux de partager cet idéal avec la tradition occidentale (dont on ne compte plus les accomplissements spectaculaires), d'où on exclut seulement ceux dont Bochenski affirme qu'ils ignorent complètement ce qui est du ressort de la logique : « Formed by this logic and its prejudices [*cf.* humanist and psychologist "logic"], modern philosophers such as Spinoza, the British empiricists, Wolff, Kant, Hegel, etc. could have no interest for the historian of formal logic. When compared with the logicians of the 4th century B.C., the 13th and 20th centuries A.D. they were simply ignorant of what pertains to logic and for the most part only knew what they found in the Port Royal Logic. » (*A History of Formal Logic*, trad. I. Thomas, University of Notre Dame Press, Notre Dame, 1961, p. 258).

11. A. R. Anderson, « Some Open Problems Concerning Entailment », dans *Societa Philosophica Fennica : Proceedings of a colloquium on Modal and Many-valued Logics*, Helsinki, Distribuit Akateeminen Kirjakauppa, 1962, p. 8.

12. Ces deux parties correspondent *grosso modo* à ce que Leibniz appelait *lingua characterica* et *calculus ratiocinator*. Voir à propos de cette distinction extrêmement intéressante J. van Heijenoort, « Logic as Calculus and Logic as Language », dans *Synthese*, 17 (1967), pp. 324-330, et J. Hintikka, « On the Development of the Model-Theoretic Viewpoint in Logical Theory », dans *Synthese*, 77 (1988), pp. 1-36.

13. En ce sens, des branches traditionnelles de la philosophie comme la métaphysique et l'ontologie peuvent – et comme nous le pensons *doivent* – être présentées dans un cadre axiomatique, surtout si on les comprend en termes *structuraux*, comme Bochenski les pose : « On a l'habitude aujourd'hui de voir la distinction entre la *métaphysique* et l'*ontologie* dans le fait que l'ontologie se borne à l'analyse de la structure, donc de l'essence, de l'étant, tandis que la métaphysique établit des propositions existentielles, c'est-à-dire portant sur son existence. » Comme l'axiomatique post-hilbertienne m'apparaît être la méthode de l'analyse conceptuelle des structures, auxquelles s'ajoutent des thèses (ou hypothèses) existentielles, il me semble qu'on a ici un cadre d'analyse digne d'accomplir cette tâche traditionnelle avec une grande rigueur linguistique.

14. Par exemple, le syllogisme est un mode d'inférence formellement valide, peu importe son contenu.

15. R. Carnap, *The Logical Structure of the World and Pseudoproblems in Philosophy*, Peru, Ill., Open Court, 2003 (1928).
16. Dans l'exemple de Carnap, le problème est que la forme grammaticale est trompeuse, en ce qu'elle permet de construire une phrase qui soit grammaticalement correcte bien que la négation d'un substantif ne puisse être sujet d'un verbe d'action.
17. Les « passe-droits » que le langage naturel permet en regard de la distinction forme/contenu doivent être règlementés avec plus de rigueur en vue de l'analyse conceptuelle. Grâce à la concrétude des objets dont traite habituellement le langage naturel, cette insuffisance logique de la grammaire est compensée sémantiquement. Mais, dans notre contexte où l'abstraction règne, ceci n'est de toute évidence pas envisageable.
18. Par « implémenter », il faut ici entendre « faire une amélioration décisive en vue de l'atteinte du but proposé ».
19. Une notion ne spécifie pas exactement ce qui fait que des éléments sont subsumés sous une même appellation. Ceux-ci ont au mieux un « air de famille », pour employer l'expression de Wittgenstein.
20. Il s'agit de son langage symbolique.
21. G. Frege, « Begriffsschrift, a formula language, modeled upon that of arithmetic, for pure thought », dans van Heijenoort (dir.), *From Frege to Gödel : A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1967, p. 6.
22. À ce propos, voir F. Sommers, *The Logic of Natural Language*, Oxford, Clarendon Press, 1982.
23. D. Schlimm, « Axiomatics and progress in the light of 20th century philosophy of science and mathematics », dans B. Löwe, V. Peckhaus, et T. Räscher (dir.), *Foundations of the Formal Sciences IV : The History of the Concept of the Formal Sciences*, pp. 1-20, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 2003.
24. En effet, la construction effective de modèles de géométries non-euclidiennes souleva la question de savoir quels axiomes étaient vrais, et il ne faisait désormais plus sens de les considérer comme des vérités *a priori* sur le monde : ce statut ne pouvait *a priori* leur être attribué qu'hypothétiquement.
25. « Mais la crise de la physique a eu un effet encore plus important. Elle a *clairement montré* (nous soulignons) qu'il n'est pas possible d'admettre les concepts et les propositions de la physique sans une analyse philosophique, ni de considérer, du point de vue de la philosophie, les théorèmes physiques comme valables *a priori*. À cet égard, Descartes et

Kant se sont mépris avec une grande naïveté. » Bochenski, *La philosophie contemporaine en Europe*, p. 21. Et même en mathématiques contemporaines, une telle approche n'est plus envisageable : « It has proved not to be intuitively clear what is intuitively clear in mathematics. » A. Heyting, « After Thirty Years », dans E. Nagel, P. Suppes et A. Tarski (dir.), *Logic, Methodology and Philosophy of Science : Proceeding of the 1960 International Congress*, Stanford, Stanford University Press, 1962, p. 195.

26. Gergonne, *Essai sur la théorie des définitions*, 1818, cité dans R. Blanché, *L'axiomatique*, Paris, Presses Universitaires de France, 1967, p. 30.

27. Hilbert. *Foundations of Geometry*, La Salle, Ill., Open Court, 1938 (1899).

28. R. Goldblatt, *Topoi. The Categorical Analysis of Logic*, New York, North-Holland Publishing Cie, 1979.

29. J'indique ces problématiques à titre illustratif, car elles sont à la fois typiques et centrales pour l'approche décrite dans cet article. Ces notions sont difficilement définissables dans un langage non-technique, mais on trouvera une explication accessible de celles-ci dans G. Hunter, *Metalogic : An Introduction to the Metatheory of Standard First-Order Logic*, Los Angeles, University of California Press, 1971, spécialement dans les troisième et quatrième parties.

30. Il n'est pourtant pas nécessaire qu'il y ait d'axiomes logiques dans un système. Voir G. Gentzen, « Investigations into Logical Deductions », dans M. Szabo (dir.), *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1969, pp. 68-131.

31. G. W. Leibniz, « Préface à la Science Générale », dans L. Couturat (dir.), *Opuscules et Fragments Inédits de Leibniz*, Paris, Ancienne Librairie Germer Baillière et Cie, 1903, pp. 153-157.

32. A. Church, « Mathematics and Logic », dans Nagel *et al.*, *Op. cit.*, p. 182.

33. L'expression « Analytique » est utilisée en référence à Aristote qui déjà réduit la distinction entre preuve et sophisme à la définition de syllogisme (cf. *Réf. Soph.* 6, 169a). Autrement dit, la définition de validité déductive sert de base à toute la logique, à la façon d'un postulat définitionnel. Ce principe ne peut d'aucune façon être démontré, car c'est un postulat. On peut *montrer* la pertinence de son choix, e.g. en soutenant que tel est ontologiquement constitué le monde, mais jamais la *démontrer*.

34. C'est du moins le cas dans la reformulation de celle-ci dans les termes de la logique propositionnelle.

35. E.g. A. N. Kolmogorov, « On the Principle of Excluded Middle », 1925, dans van Heijenoort, *Op. cit.*, pp. 414-437.
36. E.g. A. A. Zinoviev, *Philosophical Problems of Many-Valued Logic*, trad. G. Küng et D. D. Comey, Utrecht, D. Reidel Publishing Company, 1963.
37. J. Bell, D. Devidi, et G. Solomon, *Logical Options : An Introduction to classical and alternative logics*, Peterborough, Ont., Broadview Press, 2001.
38. Pour une définition formelle du concept d'algorithme, cf. A. A. Markov, *Teoriya Algorifma*, Trudy Matematicheskogo Instituta Imeni V. A. Steklova, 38 (1951), pp. 176-189.
39. D. E. Knuth, *The Art of Computer Programming. Vol 1 : Fundamental Algorithms*, Londres, Addison-Wesley Publishing Company, 1973, pp. 4-6.